Заключительный этап Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
8 марта 2026 г.
8 класс

1. Школьники вновь отправляются на Всесибирскую олимпиаду от остановки «Речной вокзал» до Академгородка на равномерно движущемся автобусе. И вновь, пробки на въезде в Академгородок избежать не удалось. До начала пробки скорость автобуса составляла $\boldsymbol{V_1}$ = 35 км/ч. При движении по пробке (в заторе) скорость автобуса составляла $\boldsymbol{V_2}$ = 8 км/ч. В этот раз школьники более подготовлены к олимпиаде по физике. По онлайн-картам в смартфоне они определили, что протяженность всего маршрута составляет $\boldsymbol{S}$ = (26,5 ± 0,1) км. По часам в смартфоне ребята измерили общее время движения от Речного вокзала до Академгородка, причем измерение времени проведено с погрешностью $\Delta \boldsymbol{t}$ = 0,02 ч. Далее ребята вычислили среднюю скорость $\boldsymbol{V}$ = 25 км/ч за все время движения. Какая протяженность $\boldsymbol{S_1}$ может быть у первого участка пути? Ответ дайте в километрах.

Возможное решение:

Начнем с определения средней скорости:

$$V_{\text{ср}} = \frac{\text{Весь путь}}{\text{Всё время}}$$

Распишем сумму времен движения по двум участкам:

$$\frac{S_1}{V_1} + \frac{S_2}{V_2} = \frac{S}{V}$$

С учетом $S = S_1 + S_2$, получаем:

$$\frac{S_1}{V_1} + \frac{S - S_1}{V_2} = \frac{S}{V}$$

Решаем это уравнение относительно S_1 и получаем:

$$S_1 = S\frac{\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V}}{\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}}$$

Преобразуем данную формулу, чтобы увидеть, как погрешности в измерении пути и времени влияют на определение длины первого участка:

$$S_1 = S\frac{\frac{1}{V_2}}{\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}} - \frac{\frac{S}{V}}{\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}} = \boldsymbol{S}\frac{\frac{1}{V_2}}{\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}} - \boldsymbol{t}\frac{1}{\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}} = \frac{1}{\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}}\left(\frac{\boldsymbol{S}}{V_2} - \boldsymbol{t}\right)$$

Разность в числителе представили как разность двух дробей. Первая большая дробь без изменений. Во второй большой дроби применено соотношение $t = S/V$, t – полное время движения, которое ребята определили по смартфону с погрешностью $\Delta \boldsymbol{t}$ = 1 мин. С учетом того, что V_1 и V_2 у нас величины постоянные, видна четкая связь: для минимального значения пути первого участка S_1 нам нужно, чтобы общее время движения t было максимально, а протяженность всего пути S – минимальна. Аналогичные соображения для максимального значения пути первого участка S_1: нужно, чтобы общее время движения t было минимально, а протяженность всего пути S – максимальна.

Вычислим общее время движения $t = S/V$ = 26,5/25 = 1,06 ч. С учетом погрешности измерения времени, реальное время могло быть t_{min} = 1,04 ч., а максимальное время t_{max} = 1,08 ч. Также из условия задачи: S_{min} = 26,4 км, S_{max} = 26,6 км.

Вычисляем максимальное и минимальное значение протяженности первого участка:

$$S_{1,min} = \frac{1}{\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}}\left(\frac{\boldsymbol{S_{min}}}{V_2} - \boldsymbol{t_{max}}\right) = \frac{1}{\frac{1}{8} - \frac{1}{35}}\left(\frac{26,4}{8} - 1,08\right) \approx 23 \text{ км}$$

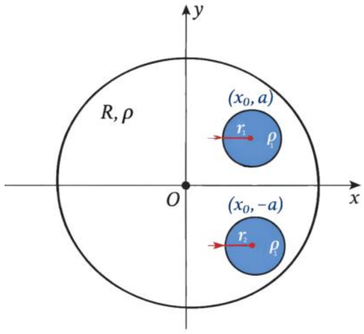
$$S_{1,max} = \frac{1}{\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}}\left(\frac{\boldsymbol{S_{max}}}{V_2} - \boldsymbol{t_{min}}\right) = \frac{1}{\frac{1}{8} - \frac{1}{35}}\left(\frac{26,6}{8} - 1,04\right) \approx 23,7 \text{ км}$$

Разница в значениях достигает 700 м! Интересно, что время мы определяли с погрешностью 0,02 ч = 1,2 мин, а расстояние с погрешностью всего в 100 м. Столь большая разница в длине первого участка вызвана накопительным эффектом погрешностей при косвенном измерении величины S_1 на основе прямых измерений t и S, уже проведенных с погрешностью.
Также верной формой записи ответа будет $S_1 = (23,36 \pm 0,35)$ км.

Критерий	**Соотношение**	**Балл**
Соотношение на пути и скорости	$\frac{S_1}{V_1} + \frac{S_2}{V_2} = \frac{S}{V}$	1 балл
Выражено S_1 через известные параметры задачи	$S_1 = S\frac{\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V}}{\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}}$	2 балла
Явно доказано утверждение: для минимального значения пути первого участка S_1 нам нужно, чтобы общее время движения t было максимально, а протяженность всего пути S – минимальна. Для максимального значения пути первого участка S_1: нужно, чтобы общее время движения t было минимально, а протяженность всего пути S – максимальна.		3 балла
$S_{1,min}$	$S_{1,min} = \frac{1}{\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}}\left(\frac{\boldsymbol{S_{min}}}{V_2} - \boldsymbol{t_{max}}\right) \approx 23$ км	2 балла
$S_{1,max}$	$S_{1,max} = \frac{1}{\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}}\left(\frac{\boldsymbol{S_{max}}}{V_2} - \boldsymbol{t_{min}}\right) \approx 23,7$ км	2 балла

Примечание: типичный неверный ответ $S_1 = 23,3$ км – 3 балла за всю задачу

2. На заводе изготовили круглый диск радиуса $\boldsymbol{R}$ и плотности $\boldsymbol{\rho}$. Его центр масс находился в геометрическом центре — в начале координат. Всё было хорошо, пока в правой половине диска на поверхности не расположили две тонкие круглые вставки из того же материала плотностью $\boldsymbol{\rho}$. Первая вставка радиуса $\boldsymbol{r_1 = R/4}$ была расположена так, что её центр оказался в точке $(\boldsymbol{x_0, a})$, где $\boldsymbol{x_0 = R/2}$, $\boldsymbol{a = R/3}$. Вторая вставка радиуса $\boldsymbol{r_2 = R/5}$ — симметрично относительно горизонтальной оси, с центром в точке $(\boldsymbol{x_0, -a})$. После этой доработки центр масс диска, естественно, сместился. Теперь перед технологами завода стоит задача: вернуть центр масс в исходное положение. Для этого было решено добавить третью вставку круглой формы, изготовленную из более тяжёлого материала плотностью $\boldsymbol{\rho_3 = 3\rho}$. Радиус этой вставки уже определён конструкторами и равен $\boldsymbol{r_3 = R/5}$. Требуется найти координаты $(\boldsymbol{x_3, y_3})$ центра третьей вставки, при которых центр масс всей системы (диск вместе со всеми тремя вставками) снова окажется в начале координат.



Возможное решение:

Массы вставок определяются по формулам:

$$m_1 = \rho\pi r_1^2, \qquad m_2 = \rho\pi r_2^2, \qquad m_3 = 3\rho\pi r_3^2.$$

Условие нахождения центра масс всей системы в начале координат. Поскольку основной диск однороден и его центр масс находится в начале координат, его вклад в суммарный момент равен нулю. Поэтому условие равновесия определяется только вставками:

$$m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2} + m_3\vec{r_3} = 0$$

В покоординатной записи:

$$\begin{cases} m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 = 0 \\ m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 = 0 \end{cases}$$

Подставляем координаты центров первых двух вставок:

$$(x_1 = x_2 = x_0), (y_1 = a), (y_2 = -a).$$

Получаем систему:

$$\begin{cases} x_0(m_1 + m_2) + m_3x_3 = 0 \\ a(m_1 - m_2) + m_3y_3 = 0 \end{cases}$$

Отсюда выражаем искомые координаты в общем виде:

$$x_3 = -\frac{x_0(m_1 + m_2)}{m_3}$$

$$y_3 = -\frac{a(m_1 - m_2)}{m_3}$$

Подставим выражения для масс через радиусы:

$$\boxed{x_3 = -\frac{x_0(r_1^2 + r_2^2)}{3r_3^2}}$$

$$\boxed{y_3 = -\frac{a(r_1^2 - r_2^2)}{3r_3^2}}.$$

Численный поиск x_3:

$$x_0 = \frac{R}{2}, \quad a = \frac{R}{3}, \quad r_1 = \frac{R}{4}, \quad r_2 = \frac{R}{5}, \quad r_3 = \frac{R}{5}$$

$$x_3 = -\frac{\frac{R}{2}\left(\frac{R^2}{16} + \frac{R^2}{25}\right)}{3 \cdot \frac{R^2}{25}} = -\frac{R}{2} \cdot \frac{R^2\left(\frac{1}{16} + \frac{1}{25}\right)}{\frac{3R^2}{25}}.$$

Упрощаем: $x_3 = -\frac{R}{2} \cdot \frac{25}{3} \cdot \frac{41}{400} = -R \cdot \frac{25 \cdot 41}{2 \cdot 3 \cdot 400} = -R \cdot \frac{41}{96}$

При R = 1 получаем $x_3 = -\frac{41}{96} \approx -0{,}427$

Численный поиск y_3:

$$y_3 = -\frac{\frac{R}{3}\left(\frac{R^2}{16} - \frac{R^2}{25}\right)}{3 \cdot \frac{R^2}{25}} = -\frac{R}{3} \cdot \frac{R^2\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{25}\right)}{\frac{3R^2}{25}}.$$

Упрощаем: $y_3 = -\frac{R}{3} \cdot \frac{\frac{1}{16} - \frac{1}{25}}{\frac{3}{25}} = -\frac{R}{3} \cdot \frac{25}{3}\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{25}\right) = -\frac{R}{3} \cdot \frac{25}{3} \cdot \frac{9}{400} = -R \cdot \frac{1}{16}.$

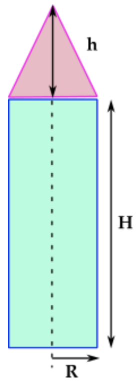
При R = 1 получаем : $y_3 = -R \cdot \frac{1}{16} = -0{,}0625$

Таким образом, центр третьей вставки должен находиться в точке:

$$\boxed{(x_3,\ y_3) = \left(-\frac{41}{96}, -\frac{1}{16}\right)}$$

Критерий	**Соотношение**	**Балл**
Массы вставок	$m_1 = \rho\pi r_1^2, \quad m_2 = \rho\pi r_2^2, \quad m_3 = 3\rho\pi r_3^2$	1 балл
Условие равновесия	$\begin{cases} m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 = 0 \\ m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3 = 0 \end{cases}$	1 балл
Найдены координаты в общем виде	$x_3 = -\frac{x_0(r_1^2 + r_2^2)}{3r_3^2}$ $y_3 = -\frac{a(r_1^2 - r_2^2)}{3r_3^2}$	4 балла
Найдена координата x_3	$x_3 = -\frac{41}{96} \approx -0{,}427$	2 балла
Найдена координата y_3	$y_3 = -R \cdot \frac{1}{16} = -0{,}0625$	2 балла

3. Тело состоит из цилиндра высоты H и конуса высоты h, соосных с одинаковым радиусом R. Тело опускают в воду вертикально, цилиндром вниз. Считая известными плотности цилиндра и конуса, и считая, что средняя плотность тела меньше плотности воды определите минимальную работу, которую нужно совершить, чтобы погрузить тело так, чтобы над водой осталось 2/3 высоты конуса. Определите соотношение между плотностями конуса и цилиндра, при котором возможно такое равновесие без приложения внешней силы. *Примечание:* Центр масс однородного конуса находится на четверти высоты, отсчитывая от основания.



Возможное решение:

Так как тело меняет свое сечение при погружении, рассмотрим энергетический подход к этой задаче.

Полный погруженный объем тела:

$$V_{\text{погр}} = \pi R^2 H + \frac{1}{3}\pi R^2 h - \frac{1}{3}\pi\left(\frac{2R}{3}\right)^2 h = \pi R^2 (H + \frac{19h}{81})$$

Работа, совершенная внешней силой численно равна сумме изменений потенциальных энергий тела и вытесненной жидкости

Вычислим координату центра масс вытесненного объема жидкости относительно его дна

$$Z_m = \frac{V_{\text{ц}}\frac{H}{2} + V_{\text{к погруж}}(H + \frac{h}{4})}{V_{\text{ц}} + V_{\text{к погруж}}} = \frac{\frac{H^2}{2} + \frac{19Hh}{81} + \frac{11h^2}{324}}{H + \frac{19h}{81}}$$

Введем ноль координат на поверхности воды. Тогда, высота, на которую нужно опустить само тело

$$\Delta h = H + \frac{h}{3}$$

Изменение высоты вытесненной жидкости равно

$$x = -\Delta h + Z_m$$

Так же используем условие плавания тела (сила тяжести равна силе Архимеда):

$$m = \rho_{\text{в}} V_{\text{погр}}$$

И изменение энергии всей системы равно:

$$A = \Delta U = -mg\Delta h - \rho_{\text{в}} g V_{\text{погр}} x = -\rho_{\text{в}} g \pi R^2 \left(\frac{H^2}{2} + \frac{19Hh}{81} + \frac{11h^2}{324}\right)$$

Значение отрицательно, так как средняя плотность тела меньше плотности воды, и оно погрузится само.

Возвращаясь к условию плавания тела, найдем соотношение между плотностями, обеспечивающими такое положение равновесия без приложения внешней силы

$$\pi R^2 (\rho_{\text{ц}} + \frac{\rho_{\text{к}} h}{3}) = \rho_{\text{в}} \pi R^2 (H + \frac{19h}{81})$$

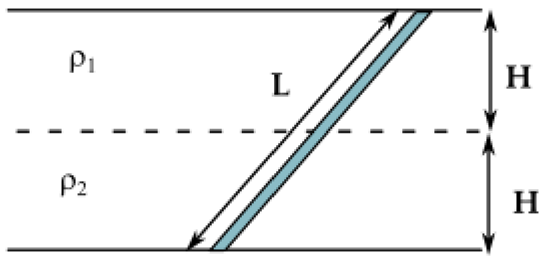
$$\rho_{\text{к}} = \frac{3}{h}\left(\rho_{\text{в}}\left(H + \frac{19h}{81}\right) - \rho_{\text{ц}} H\right)$$

Критерий	**Соотношение**	**Балл**
Рассчитан конечный погруженный объем тела	$V_{\text{погр}} = \pi R^2 (H + \frac{19h}{81})$	1 балл
Записана формула для координаты центра масс тела в общем случае	$Z_m = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{M}$	1 балл
Рассчитана координата центра масс для данной задачи	$Z_m = \frac{\frac{H^2}{2} + \frac{19Hh}{81} + \frac{11h^2}{324}}{H + \frac{19h}{81}}$	2 балла
Найдена высота на которую нужно опустить тело	$\Delta h = H + \frac{h}{3}$	1 балл
Найдено изменение координаты центра масс вытесненной воды	$x = -\Delta h + Z_m$	1 балл
Записано условие плавания тела	$m = \rho_{\text{в}} V_{\text{погр}}$	1 балл
Найдена работа для погружения тела	$A = -\rho_{\text{в}} g \pi R^2 \left(\frac{H^2}{2} + \frac{19Hh}{81} + \frac{11h^2}{324} \right)$	1 балл
Записано полное условие плавания тела	$\pi R^2 (\rho_{\text{ц}} + \frac{\rho_{\text{к}} h}{3}) = \rho_{\text{в}} \pi R^2 (H + \frac{19h}{81})$	1 балл
Вычислено соотношение между плотностями конуса и цилиндра	$\rho_{\text{к}} = \frac{3}{h} \left(\rho_{\text{в}} \left(H + \frac{19h}{81} \right) - \rho_{\text{ц}} H \right)$	1 балл

4. В цилиндрическом сосуде налиты две несмешивающиеся жидкости с известными плотностями (***ρ₁*** и ***ρ₂***, ***ρ₁***> ***ρ₂***). Высота слоев жидкостей одинакова и равна ***H***. В сосуд опускают тонкий однородный стержень длины ***L*** (***L***>***2H***) и шарнирно закрепляют на дне сосуда. В состоянии равновесия стержень оказался погруженным так, что он пересекает обе границы раздела сред, а его верхний конец находится ровно на уровне поверхности верхней жидкости. Найти плотность стержня. Диаметр сосуда ***R*** много больше длины стержня ***L***.

Возможное решение:

Так как диаметр сосуда много больше длины тонкого стержня, то при его погружении уровень жидкости не изменится, тогда



$$\cos\alpha = \frac{2H}{L}$$

Найдем часть длины стержня, находящуюся в верхней жидкости

$$l_2 \cos\alpha = H \to l_2 = \frac{HL}{2H} = \frac{L}{2}$$

Тогда

$$l_1 = L - l_2 = \frac{L}{2}$$

При рассмотрении силы реакции опоры в шарнирном креплении нужно рассматривать все проекции силы реакции опоры, тогда будем рассматривать правило моментов относительно точки крепления стержня ко дну сосуда.

$$M_{mg} = M_{Fa1} + M_{Fa2}$$

$$\rho g S L * L \sin\alpha = \rho_2 g S \frac{L}{2} * \frac{L}{4} \sin\alpha + \rho_1 g S \frac{L}{2} * \frac{3L}{4} \sin\alpha$$

$$\rho = \frac{\rho_2}{4} + \frac{3\rho_1}{4}$$

Критерий	**Соотношение**	**Балл**
Найден угол наклона стержня	$\cos\alpha = \frac{2H}{L}$	2 балла
Найдена часть длины стержня, находящаяся в верхней жидкости	$l_2 = \frac{L}{2}$	2 балла
Найдена часть длины стержня, находящаяся в нижней жидкости	$l_1 = \frac{L}{2}$	1 балл
Записано правило моментов относительно точки шарнирного крепления	$M_{mg} = M_{Fa1} + M_{Fa2}$	2 балла
Раскрыто правило моментов относительно точки шарнирного крепления	$\rho g S L * L \sin\alpha = \rho_2 g S \frac{L}{2} * \frac{L}{4} \sin\alpha + \rho_1 g S \frac{L}{2} * \frac{3L}{4} \sin\alpha$	2 балла
Получен ответ	$\rho = \frac{\rho_2}{4} + \frac{3\rho_1}{4}$	1 балл

5. Мама поручила Васе приготовить овсяную кашу. Достав бутылку молока из холодильника, Вася обнаружил, что бутылка замерзла: в жидком молоке плавали куски льда. Эта необычная ситуация пробудила в Васе дух экспериментатора. Сначала, Вася влил только жидкое молоко в кастрюлю, поставил на весы, и получил, что масса жидкой части молока равна $\boldsymbol{M}$ = 160 г. Затем Вася выливает молоко в кастрюлю, сверху засыпает кусочки молочного льда из бутылки, помещает термометр в смесь и всё это ставит конфорку электроплиты. Вася решил раз в минуту записывать показания термометра.

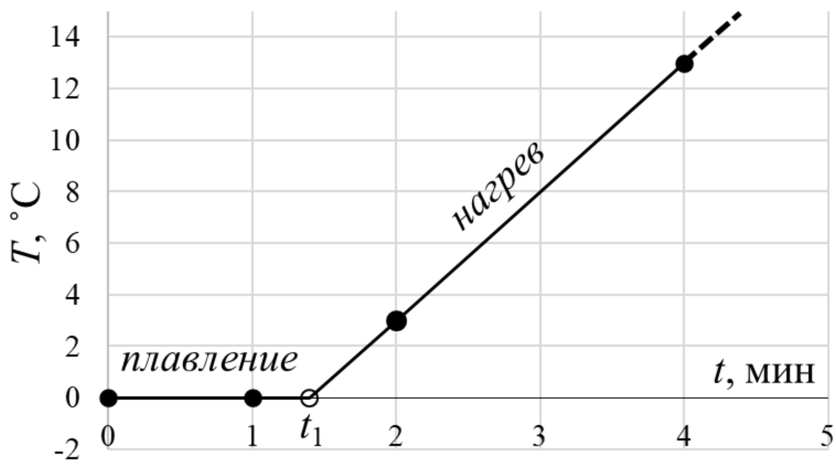
Вася заметил, что:

- первую минуту показания термометра не менялись,
- к концу второй минуты показания увеличились на $\boldsymbol{\Delta T_1}$ = 3 ˚С,
- к концу третьей минуты Васю отвлекли, и он ничего не успел записать,
- к концу четвертой минуты увеличились еще на $\boldsymbol{\Delta T_2}$ = 10 ˚С .

Помогите Васе определить мощность конфорки $\boldsymbol{P}$, а также начальную массу $\boldsymbol{m}$ льда в молоке. Дополнительная информация (может быть полезна): удельная теплоёмкость молока $\boldsymbol{c}$ = $4{,}2\cdot10^3$ Дж/кг·˚С., удельная теплота плавления $\boldsymbol{\lambda}$ = $3{,}3\cdot10^5$ Дж/кг, плотность $\boldsymbol{\rho}$ = 1030 кг/м^3. Теплоёмкостью кастрюли можно пренебречь.

Возможное решение:

Исходя из записей Васи, построим график зависимости температуры от времени:



Первый участок – плавление, второй участок – нагрев молока. Обратим внимание: пока мы не знаем точный момент времени t_1, когда показания термометра начли расти от 0 ˚С! Мы можем только лишь утверждать, что $1 < t_1 < 2$. Также заметим, что мы не имеем права явно продолжить график после t = 4 мин, поскольку у нас нет записей Васи при данных временах. Нужно либо закончить график в точке (4;13), либо построить пунктиром экстраполяцию.

Определим зависимость температуры от времени для участка нагрева:

$$T(t) = kt + b$$

где k и b некоторые коэффициенты. Найдем их, составим систему из двух уравнений, по двум точкам на графике (2;3) и (4;13):

$$\begin{cases} 3 = k \cdot 2 + b \\ 13 = k \cdot 4 + b \end{cases}$$

Решив систему, получаем k = 5 и b = -7. Тогда для нагрева $T(t) = 5t - 7$. Эта формула даст определить момент времени t_1: $0 = 5t_1 - 7$, откуда $t_1 = 7/5 = 1{,}4$ мин.

Составим систему из двух уравнений теплового баланса для плавления и для нагрева смеси:

$$\begin{cases} \lambda m = Pt_1 \\ c(m+M)\varDelta T_1 = P(t_2 - t_1) \end{cases}$$

Второе время можно выбрать разным образом, исходя из графика. Мы берем t_2 = 2 мин.

Решение системы:

$$\begin{cases} m = \dfrac{M}{\dfrac{\lambda(t_2 - t_1)}{\text{c}_\Delta T_1 t_1} - 1} \approx 15{,}7 \text{ г} \\ P = \dfrac{\lambda m}{t_1} \approx 62 \text{ Вт} \end{cases}$$

Мощность конфорки оказалось мала. Будем считать, что Вася ее включил слабо, а также спишем на рассеивание тепла в окружающее пространство и вспомним, что пренебрегли теплоемкостью кастрюли.

Критерий	**Соотношение**	**Балл**
Явно отмечено, что неизвестен точный момент времени t_1, когда показания термометра начли расти от 0 ˚С	1 мин < t_1 < 2 мин	1 балл
Найден момент времени t_1	t_1 = 1,4 мин	2 балла
Верно составлена система из уравнений теплового баланса	$\begin{cases} \lambda m = Pt_1 \\ c(m+M)\varDelta T_1 = P(t_2 - t_1) \end{cases}$	2+2 балла
Решение системы:	$\begin{cases} m = \dfrac{M}{\dfrac{\lambda(t_2 - t_1)}{\text{c}_\Delta T_1 t_1} - 1} \approx 15{,}7 \text{ г} \\ P = \dfrac{\lambda m}{t_1} \approx 62 \text{ Вт} \end{cases}$	3 балла